

DIFICULTADES EN LA APLICACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CAMPO ELÉCTRICO

Silvia Coello Pisco, Jorge R. Flores Herrera

*Departamento de Física, Escuela Superior Politécnica del Litoral. Km 30,5 Vía Perimetral
Guayaquil, Ecuador
rflores@espol.edu.ec*

Artículo recibido: septiembre, 2013 **aceptado:** noviembre, 2013

Resumen: El propósito de este estudio fue el determinar los conceptos en acción y teoremas en acción que tienen los estudiantes cuando aplican el cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas de campo eléctrico utilizando la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud. Participaron en este estudio seis estudiantes registrados en un curso de física básico con cálculo en el tópico de electromagnetismo y que tiene como prerrequisito el cálculo diferencial y como correquisito el cálculo integral. Los estudiantes resolvieron un problema de campo eléctrico que involucró el uso del cálculo diferencial e integral utilizando el pensamiento en voz alta y a partir de la resolución del problema se establecieron los conceptos en acción y teoremas en acción equivocados. Los conceptos en acción y teoremas de acción incorrectos se presentan principalmente en la representación gráfica del problema y se concentran más en el dominio del cálculo diferencial e integral. Esto en gran medida se debe a que los esquemas de resolución de problemas del cálculo diferencial e integral no se transfieren adecuadamente a la resolución de problemas de física con este componente.

Palabras clave: Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, Concepto, Situación, Invariante, Campo eléctrico.

Introducción

Los estudiantes que están aprendiendo física tienen dificultades para comprender el concepto de campo. El aprendizaje de este concepto requiere del conocimiento de dos dominios: El dominio de las matemáticas y el dominio de la física (Llancaqueo, Caballero & Moreira, 2003). El concepto de campo es la herramienta matemática que sirve para representar la realidad física, y la cual permite la organización y elaboración del conocimiento pertinente en términos de las metas que plantea un problema (Reif, 2008).

Además, los estudiantes de las diferentes carreras de ingeniería de una universidad ecuatoriana que están registrados en un curso de física básica con cálculo, en la unidad de campo eléctrico (dominio de la física), tienen dificultades al momento de resolver problemas de campo eléctrico que requieren de la aplicación del cálculo diferencial e integral (dominio de las matemáticas).

Por lo tanto, el propósito de este estudio fue determinar los conceptos en acción y teoremas en acción implícitos que tienen los estudiantes en la resolución de problemas de campo eléctrico cuando aplican el cálculo diferencial e integral

utilizando la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud.

La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud es una teoría cognoscitiva que presenta un marco de referencia teórico y algunos principios fundamentales para estudiar el aprendizaje de habilidades complejas en cualquier dominio científico y además, muestra como los estudiantes actúan cuando se les presenta una determinada situación. Es decir, como ellos conceptualizan y de qué manera ponen en acción los conocimientos existentes en su estructura cognoscitiva (Vergnaud, 1990).

Los campos conceptuales son un conjunto heterogéneo e informal de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones de pensamiento, conectados unos con otros y probablemente entrelazados en el proceso de adquisición de conocimientos (Vergnaud, 1982).

El concepto está conformado por tres elementos: Las situaciones, los invariantes y las representaciones simbólicas. Las situaciones constituyen el referente del concepto y por lo tanto le dan sentido al concepto. Los invariantes constituyen el significado del concepto y en ellos descansa la operacionalización de los esquemas. Las representaciones simbólicas constituyen el significante del concepto y son las diferentes formas lingüísticas o no lingüísticas que permiten representar el concepto y sus propiedades (Vergnaud, 1990).

El concepto de situación se relaciona con el concepto de esquema que es una organización invariante del comportamiento de un estudiante, para tratar con una determinada clase de situación (Vergnaud, 1990). El esquema es el hilo conductor utilizado en una

situación con metas, reglas de acción, invariantes operacionales (conceptos en acción y teoremas en acción) y finalmente la posibilidad de realizar inferencias (Vergnaud, 1990).

Las metas o submetas que se intenta lograr frente a una situación problemática. Las reglas que controlan la información son de la forma Si....Entonces. Los invariantes operacionales son: Los conceptos en acción y los teoremas en acción. El concepto en acción es un objeto, predicado o una categoría de pensamiento que es pertinente o relevante. El teorema en acción es una proposición que es verdadera sobre lo real. Las inferencias que permitan razonar, a partir de los conocimientos que tiene el estudiante que enfrenta una situación problemática (Vergnaud, 1982).

Cada estudiante ante una misma situación tiene un funcionamiento cognitivo diferente y por lo tanto se pueden presentar dos escenarios. El primer escenario es que el estudiante ante una determinada situación tenga un amplio repertorio de esquemas que le permita resolver adecuadamente el problema propuesto. El segundo escenario es que el estudiante ante una determinada situación no tenga un amplio repertorio de esquemas que no le permita resolver el problema propuesto adecuadamente.

Por lo tanto, esta teoría permite conocer cuáles son los conceptos en acción y teoremas en acción que tienen los estudiantes cuando abordan un problema.

Un problema tiene tres características datos, metas y obstáculos. Los datos describen el estado inicial del problema, las metas describen el estado final del problema y los obstáculos describen las

secuencias que hay que seguir para cambiar el problema del estado inicial al estado final (Mayer, 1983).

Los problemas se clasifican en problemas bien estructurados y problemas mal estructurados (Jonassen, 1997). Los problemas bien estructurados requieren la aplicación de un número finito de conceptos y principios estudiados, limitados a una situación problemática (Wood, 1983). Los problemas mal estructurados no están limitados al contenido estudiado, su solución no es predecible porque uno o más de sus elementos son desconocidos o no son conocidos con cierto grado de confianza (Wood, 1983).

Los problemas de campo eléctrico que aplican el cálculo diferencial e integral y que se encuentran propuestos en los libros de física son problemas bien estructurados y algorítmicos situados en un contexto (Jonassen, 2000). En estos problemas los estudiantes tienen que identificar los conceptos claves que se encuentran en la presentación del problema, identificar el algoritmo, seleccionar la secuencia apropiada para resolver el problema y finalmente aplicar el algoritmo.

La enseñanza de la ciencia comprende dos aspectos que son la conceptualización y la resolución de problemas y es a través de estos procesos que los conceptos se desarrollan. Por este motivo, la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud es un marco de referencia apropiado para determinar las dificultades que tienen los estudiantes al momento de resolver un problema (Moreira, 2002).

La resolución de problemas es un proceso mediante el cual dado una situación cualitativa o cuantitativa caracterizada

como un problema, el estudiante trata de resolverlo de forma inmediata o automática enfrascándose en un proceso que requiere reflexión y toma de decisiones sobre una secuencia o pasos a seguir (Echeverría & Pozo, 1994).

Para resolver un problema el estudiante requiere de diferentes tipos de conocimiento: El conocimiento lingüístico que está relacionado con el conocimiento del idioma español; El conocimiento semántico que está relacionado con el significado de los términos usados en el problema; El conocimiento esquemático que está relacionado con el tipo de problema; El conocimiento procedimental que está asociado con los procedimientos matemáticos o físicos requeridos para resolver el problema; El conocimiento estratégico que está relacionado con el uso de técnicas para resolver el problema (Mayer, 1983). Los tres primeros conocimientos ayudan a comprender el problema y los dos últimos conocimientos ayudan a encontrar la solución (Mayer, 1983).

Como puede notarse, en la resolución de problemas, el lenguaje juega un papel muy importante en la representación de los elementos pertinentes de la situación, la representación de la acción y la representación de las relaciones entre la acción y la situación. También juegan un papel muy importante las representaciones no lingüísticas como los gráficos. Aunque las representaciones de la solución del problema son diferentes de la representación del problema ellas ayudan a encontrar la solución del problema cuando este tiene varias etapas (Vergnaud, 1990).

Concepciones alternativas

Las concepciones alternativas de los estudiantes se advierten en los conceptos en acción y en los teoremas en acción incorrectos, las cuales a través de las diferentes situaciones pueden progresar hacia los conceptos científicos (Moreira, 2002).

Las concepciones alternativas son modelos mentales contruidos por los estudiantes acerca de un fenómeno, las cuales difieren notablemente del modelo científicamente aceptado. En tanto que, modelo mental es una representación del conocimiento en la mente de los estudiantes. Ellas afectan a los estudiantes de muy diversas maneras: Impiden que ellos construyan el modelo mental “correcto”, dificultan su comprensión conceptual y obstaculizan su habilidad para resolver problemas. También se producen cuando los estudiantes interactúan con su entorno mediante la experiencia personal, cuando interactúan en ambientes de aprendizaje formales mediante la experiencia escolar, cuando interactúan en ambientes de aprendizaje informales y cuando usan el lenguaje. Los profesores también se ven afectados por las concepciones alternativas que tienen los estudiantes y por lo tanto deben entender que las concepciones alternativas existen y que tienen consecuencias sobre los estudiantes. Por lo mismo, ellos tienen que determinar las concepciones alternativas que tienen los estudiantes o estar al tanto de las mismas como un recurso conceptual para que ellos puedan enseñar mejor y finalmente, deben ayudarlos a cambiar sus concepciones alternativas (Hammer, 1996). En otras palabras, ellos deben tener los esquemas para promover el cambio conceptual De acuerdo con Rennie (2011) los profesores

deben tener un buen nivel de conocimiento pedagógico para poder aplicar el conocimiento en diferentes contextos.

Materiales y Métodos

Participaron en este estudio seis estudiantes registrados en un curso de física básica con cálculo, en el tópic de electromagnetismo, y que siguen las carreras de ingeniería. Los estudiantes fueron cuatro hombres y dos mujeres cuyas edades estaban comprendidas entre los 18 y 19 años.

La tarea instruccional seleccionada para este estudio fue la unidad de Campo Eléctrico. Este contenido fue previamente enseñado a los estudiantes y el tiempo dedicado a la instrucción fue de seis horas. Los prerrequisitos para este curso son las asignaturas de cálculo diferencial e integral. El tiempo dedicado para la observación y la entrevista fue de 60 minutos por cada estudiante.

Los estudiantes participantes de este estudio recibieron un problema de campo eléctrico producido por una carga linealmente distribuida, este problema representa la situación. Se les solicitó a los estudiantes que resuelvan el problema y que vayan hablando mientras lo van resolviendo. La intervención de los estudiantes fue video grabada y revisada para determinar el porqué de los conceptos en acción y teoremas en acción. La resolución del problema propuesto se muestra en el Anexo 1.

Resultados y Discusión

El análisis del proceso de resolución de problemas reveló las siguientes situaciones que se detallan a continuación con respecto a los conceptos de acción:

Sistema de referencia

El estudiante uno colocó el sistema de referencia en el extremo derecho de la línea de carga eléctrica.

Los estudiantes dos, tres y cinco no representaron gráficamente el sistema de referencia.

El estudiante seis colocó el sistema de referencia en el extremo izquierdo de la línea de carga eléctrica.

Teoremas en acción: El sistema de referencia se puede localizar en cualquier punto. El sistema de referencia no precisa selección y representación.

El sistema de referencia se puede colocar en cualquier punto del sistema de cargas eléctricas, pero siempre hay una posición del mismo que facilita la resolución del problema y está en el lado izquierdo de la línea de carga eléctrica. La determinación del sistema de referencia es importante porque permite definir la variable para el proceso de integración y también los límites de integración. En otras palabras el estudiante uno no tiene un esquema para establecer la posición del sistema de referencia mientras que los otros estudiantes no tienen esquemas para representar la posición del sistema de referencia.

Durante la resolución del problema, el estudiante uno indicó lo siguiente: “.....en los problemas de física yo tengo que determinar la posición del sistema de referencia, en cálculo es algo que está dado”.

Diferencial de carga eléctrica

El estudiante uno expresó que el diferencial de longitud produce un diferencial de campo eléctrico.

Los estudiantes dos, tres, cuatro y cinco indicaron que hay que escoger un diferencial de longitud.

El estudiante seis asumió que el espesor del diferencial de carga eléctrica tiene el mismo orden de magnitud que las medidas relevantes del problema.

Teoremas en acción: El diferencial de longitud produce un diferencial de campo eléctrico. El diferencial de longitud es el que requiere selección. El diferencial de longitud tiene un espesor finito.

Es cierto, que relacionado con un diferencial de carga eléctrica dq hay en este caso un diferencial de longitud dx . Sin embargo, es necesario especificar claramente que lo que se selecciona es un diferencial de carga eléctrica y no un diferencial de longitud. El diferencial de carga eléctrica tiene un espesor dx y por ser una cantidad infinitesimal su espesor tiende a cero. En el esquema para calcular el área bajo una curva, es cierto que a una distancia x del sistema de referencia se toma un elemento de área de espesor dx y altura y . Los estudiantes al aplicar este esquema a este problema específico no consideran la situación física que está involucrada en el problema.

Durante la resolución del problema el estudiante tres expresó lo siguiente: “.....me confundí con calculo, donde siempre tomamos un dx , pero en los problemas de física es diferente”.

Distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica

Los estudiantes uno, dos y tres no representaron la distancia que hay desde el sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica.

Este resultado concuerda con la investigación sobre la aplicación del cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas de campo eléctrico, en la que se encontró que los estudiantes tienen dificultades para determinar la variable de integración (Cui, Sanjay Rebello, & Bennett, 2005).

Teorema en acción: La distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica no precisa determinación.

La definición de la distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica es esencial, porque de ésta manera se define la variable con respecto a la cual se lleva el proceso de integración. En el cálculo del área bajo una curva, los estudiantes trabajan principalmente con un sistema de coordenadas rectangulares y por lo tanto las variables involucradas son x y y . Los estudiantes al aplicar este esquema a este problema específico no consideran la situación física que está involucrada en el problema.

Durante la resolución del problema el estudiante uno expresó lo siguiente: “....en los problemas de física es más difícil determinar la variable de integración, porque no es lo mismo que en cálculo que siempre trabajamos con x y con y ”.

Diferencial de campo eléctrico

El estudiante tres representó el campo eléctrico total en el punto solicitado.

Los estudiantes dos, cuatro y cinco omitieron la gráfica y el símbolo del diferencial de campo eléctrico en el punto solicitado.

El estudiante cinco representó la ecuación del diferencial de campo eléctrico de la siguiente manera:

$$d\mathbf{E} = \frac{kdq}{r^2}$$

Teoremas en acción: El diferencial de campo eléctrico produce un campo total. El diferencial de campo eléctrico no precisa de representación. El segundo miembro de la expresión del campo eléctrico es una cantidad escalar.

Es correcto que en el punto solicitado existe un campo eléctrico total E . Sin embargo, un diferencial de carga eléctrica en ese punto produce un diferencial de campo eléctrico. Además, siempre debe mantenerse una igualdad vectorial; por lo tanto, el segundo miembro también debe expresarse vectorialmente.

Distancia del diferencial de carga eléctrica hasta el punto P.

El estudiante uno la representó como $(r + b)$ y durante el proceso de integración la consideró constante.

El estudiantes dos la representó como x pero luego la cambió a $(L + b - x)$.

El estudiante tres la representó como x .

El estudiante seis la expresó como $(l + b - x + dx)$.

Teorema en acción: La distancia del diferencial de campo hasta el punto P es....

La distancia del diferencial de carga eléctrica hasta el punto P está relacionada con el sistema de referencia y como no lo representan correctamente nombran variables que generan confusión al momento de integrar. Este teorema en

acción es una consecuencia de los anteriores.

Durante la resolución del problema el estudiante tres expresó lo siguiente: “.....es que no definí el sistema de referencia”.

Densidad lineal de carga eléctrica

El estudiante dos definió la densidad lineal de carga eléctrica como

$$\lambda = q/l$$

Teorema en acción: La densidad de carga eléctrica se define como el producto de la carga por la longitud.

La densidad de carga eléctrica lineal se define como

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

Límites de integración

El estudiante uno tomó los límites de integración entre $x = -l$ y $x = l + b$.

El estudiante dos tomó los límites de integración entre $x = b$ y $x = l$.

El estudiante tres consideró que los límites de integración van desde $x = 0$ hasta $x = l + b$.

Teorema en acción: Los límites de integración comprenden todo el sistema de cargas.

Estos resultados concuerdan con la investigación sobre la aplicación del cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas de campo eléctrico, en la que se encontró que los estudiantes tienen dificultades para establecer los límites de integración (Cui, Sanjay Rebello, & Bennett, 2005).

Los límites de integración están relacionados con la posición del sistema de referencia pero se circunscriben solamente a la longitud de la línea de carga eléctrica. En otras palabras no toman en cuenta otras partes del sistema de cargas eléctricas. Este teorema en acción es una consecuencia de los anteriores.

Durante la resolución del problema, la dificultad como lo manifestó el estudiante dos estriba en lo siguiente: “.....es porque no definí el sistema de referencia antes de resolver el problema”.

Solución

Sin excepción alguna, todos los estudiantes escribieron directamente las fórmulas del campo eléctrico y de la densidad de carga lineal. Por lo tanto la regla de los estudiantes es: Si en un segmento de recta existe una distribución continua de carga eléctrica. Entonces aplico el cálculo diferencial e integral para encontrar el campo eléctrico en un punto.

Los estudiantes uno, dos, tres y seis no encontraron la solución correcta del problema, en tanto que los estudiantes cuatro y cinco encontraron la solución correcta del problema. Sin embargo, muchos estudios han demostrado que los estudiantes que son capaces de resolver problemas a menudo carecen de comprensión conceptual (Nakhleh, 1993).

Los conceptos en acción que necesitan atención y por ende sus teoremas en acción relacionados son: El sistema de referencia, los límites de integración, la densidad de carga eléctrica lineal, el diferencial de campo eléctrico, distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica, diferencial de carga eléctrica, distancia del

diferencial de carga eléctrica hasta el punto donde se pide calcular el campo eléctrico. En el Anexo 2 en la Tabla 1 se presentan los conceptos en acción y teoremas en acción incorrectos.

Conclusiones

El problema propuesto requiere para su solución, el concurso de varios dominios conceptuales, por un lado la física y por otro lado las matemáticas y es precisamente en este dominio que los estudiantes tienen el mayor número de errores. De acuerdo a lo observado se puede inferir que los estudiantes no conocen como transferir los conocimientos del cálculo diferencial e integral en el contexto de la resolución de problemas de física (Tumminaro, 2004). Esto se debe a que los esquemas de resolución de problemas del cálculo diferencial e integral no se transfieren adecuadamente a la resolución de problemas de física con este componente. Además, carecen de esquemas que les permitan aplicar el conocimiento estratégico a la resolución del problema.

Fundamentalmente, los conceptos en acción y los teoremas de acción inadecuados que muestran los estudiantes se relacionan con el tercer componente de un concepto que son las representaciones, en este caso, la representación gráfica del problema. Los estudiantes carecen de representaciones no lingüísticas apropiadas que les permita representar los conceptos.

Esto se puede comprobar porque a pesar de realizar representaciones inadecuadas algunos de ellos encuentran la solución del problema. , Además, ellos se preocupan más por la manipulación matemática de las formulas físicas (Larkin, et al, 1981).

Los estudiantes por un lado no han logrado comprender las definiciones, principios, reglas y teoremas de las matemáticas y por otro lado no han logrado comprender los conceptos, leyes y principios de la física. Ellos simplemente aplican el conocimiento procedimental que involucra la memorización de los pasos para determinar la solución del problema (Arslan, 2010).

En el cálculo diferencial e integral generalmente las variables se representan como x y y , en tanto que en física las variables se representan de acuerdo al símbolo asignado a cada una de ellas y lo que sucede es que el estudiante no traduce adecuadamente las variables físicas en la representación matemática del problema (Redish, 2005).

Además, los profesores que dictan las asignaturas de cálculo diferencial e integral son matemáticos y los ayudantes académicos, al igual que los profesores se concentran en los aspectos matemáticos de los problemas y no en sus aplicaciones en otras disciplinas. Sería conveniente que los profesores y ayudantes académicos resuelvan problemas aplicados a la física, química y biología para que los estudiantes que toman estas asignaturas tengan una mejor visualización de las variables que involucran estos problemas (Christiansen & Rump, 2008).

Para resolver estos problemas los estudiantes necesitan construir representaciones mentales adecuadas. Esta estructura representacional sería adquirida fundamentalmente a través de de la instrucción (Chevallard, 1999). Por lo tanto, es importante que se realice una representación gráfica de los problemas de este tipo que permita considerar los

aspectos de la representación que son la fuente de error.

Por lo tanto, la colaboración recíproca entre texto e imagen que se denomina interactiva “cuando la imagen externa se emplea como fuente de información, a partir de la cual el conocimiento puede ser derivado” es más apropiada para facilitar una representación mental adecuada del conocimiento (Greca, Moreira & Otero, 2000).

Este trabajo permitió realizar una investigación con sistemas de cargas eléctricas que tienen densidad de carga lineal constante y con una determinada configuración geométrica. Este se puede extender a sistemas de cargas eléctricas que tienen densidad de carga lineal y superficial constante y variable y con diferentes configuraciones geométricas.

El siguiente paso es diseñar un material educativo computarizado en donde se implemente los resultados de esta investigación y aplicando el diseño basado en investigación se mejore el material educativo computarizado y el aprendizaje del proceso de resolución de problemas de campo eléctrico con cálculo diferencial e integral.

Referencias

Arslan, S. 2010. Traditional instruction of differential equations and conceptual learning. *Teaching Mathematics and its Applications*. 29, 94-107.

Chevallard, Y. 1999. La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné. Paris. Pensée Sauvage.

Christiansen, F. & Rump, C. 2008. Three conceptions of thermodynamics: technical, matrices in science and engineering. *Research in Science Education*. 38, 545-564.

Cui, L., Sanjay Rebello, N., & Bennett, G. 2005. College students' transfer from calculus to physics. Proceedings of the Physics Research Education Conference, 2005. Descargado Enero, 11, 2011. de <http://web.physics.ksu.edu/papers/>

Echeverría, M. & Pozo, J. 1994. Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. Pozo (Ed.) La solución de problemas. Madrid: Santillana.

Gagne, R. 1985. *The conditions of learning and theory of instruction*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Greca, I. Moreira, M. A. & Otero, R. 2002. El uso de imágenes en textos de física para la enseñanza secundaria y universitaria. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(2), 127-154.

Hammer, D. 1996. More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for educational research. *American Journal of Physics*. 64(10), 1316-1325.

Jonassen, D. 1997. Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*. 45(1), 65-95.

Jonassen, D. 2000. Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*. 48(4), 63-85.

Larkin, J., McDermott, D., Simon, D. & Simon, H. 1981. Expert and novice performance in solving physics problems. *Science*, 208, 1342-1355.

Llancaqueo, A. Caballero, M. C. & Moreira, M. A. 2003. El aprendizaje del concepto de campo en Física: una investigación exploratoria a la luz de la teoría de Vergnaud. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 25(4), 399-417.

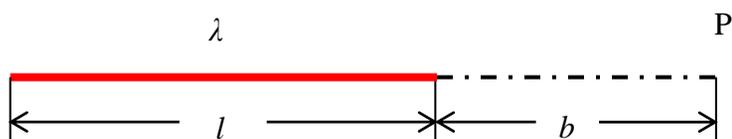
- Mayer, R. 1983. *Thinking, problem solving, and cognition*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Moreira, M. A. 2002. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e pesquisas nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(1), 7-29.
- Nakhleh, M. B. 1993. Are ours students conceptual thinkers or algorithmic problem solvers? Identifying conceptual students in general-chemistry. *Journal of Chemical Education*, 70, 52-55.
- Redish, E. 2005. Problem solving and the use of math in physics course. Proceedings of the Conference, *World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change*, Delhi.
- Reif, F. 2008. *Applying cognitive science to education*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Rennie, L. 2011. Blurring the boundary between the classroom and the community: Challenges for teachers' professional knowledge. En D. Corrigan, J. Dillon, & R. Gunstone (Eds.) *The professional knowledge base of science teaching*. New York: Springer.
- Tumminaro, J. 2004. A cognitive framework for analyzing and describing introductory students' use and understanding of mathematics in physics. University of Maryland, College Park.
- Vergnaud, G. 1982. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg (Eds.) *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum
- Vergnaud, G. 1990. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2/3), 133-170.
- Wood, P. 1983. Inquiring systems and problems structures: Implications for cognitive development. *Human Development*, 26, 249-265.

ANEXOS

Anexo 1

Problema

Una línea uniforme de longitud l tiene una carga eléctrica por unidad de longitud λ . Calcular el campo eléctrico en el punto P que se encuentra a lo largo del eje a una distancia b del extremo de la línea cargada eléctricamente.



Descripción del problema

Se trata de una línea de longitud l cargada eléctricamente y que tiene una densidad de carga eléctrica lineal constante λ . La línea cargada está en posición horizontal. El problema consiste en calcular el campo eléctrico E a una distancia b del extremo derecho de la línea de carga eléctrica, que coincide con la dirección de la línea.

Se supone que el sistema se encuentra en el vacío y por lo tanto la permitividad es la correspondiente al vacío.

Datos:

Carga eléctrica por unidad de longitud = λ

Longitud de la línea de carga eléctrica = l

Distancia al punto del campo eléctrico = b

Permitividad en el vacío = ϵ_0

Incógnitas:

Campo eléctrico = E

Análisis del problema

Este problema corresponde al dominio del campo eléctrico. El campo eléctrico es producido por una carga eléctrica uniformemente distribuida colocada en una línea. Como la carga eléctrica varía con la longitud hay que aplicar el cálculo diferencial e integral. En el punto P el campo eléctrico que es una cantidad vectorial está dirigido en dirección horizontal y hacia afuera porque es producido por una carga eléctrica positiva. Se deja de un lado la representación vectorial del campo eléctrico en razón de que el vector campo eléctrico tiene una sola componente que va en la dirección x .

Fórmulas:

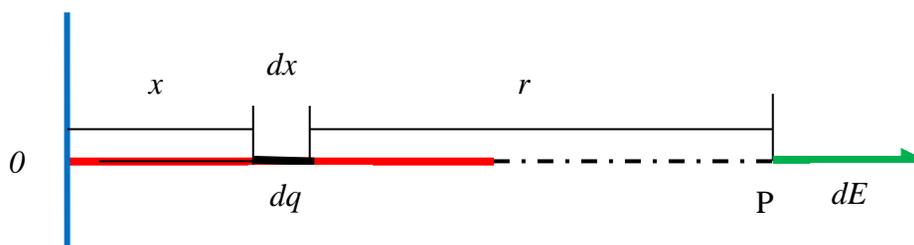
$$dE = \frac{kdq}{r^2}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

Solución del problema

Representación grafica

En primer lugar se define el sistema de referencia, el cual se coloca en el extremo izquierdo de la línea cargada eléctricamente y a una distancia x del origen del sistema de referencia tomamos un elemento de carga eléctrica dq de espesor dx . Como la carga eléctrica es positiva esta produce en el punto P una distancia b del extremo de la línea de carga eléctrica un diferencial de campo eléctrico dE dirigido hacia afuera.



Solución

El diferencial de campo eléctrico es:

$$dE = \frac{k dq}{r^2}$$

La densidad lineal de carga eléctrica es:

$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

Resolvemos para el diferencial de carga eléctrica y tenemos:

$$dq = \lambda dx$$

Reemplazamos esta en la ecuación del diferencial de campo eléctrico y tenemos:

$$dE = \frac{k \lambda dx}{r^2}$$

Luego calculamos el valor de la distancia del diferencial de carga eléctrica hasta el punto P y tenemos:

$$r = l + b - x$$

Reemplazamos este valor en la ecuación del diferencial de campo eléctrico y tenemos:

$$dE = \frac{k\lambda dx}{(1 + b - x)^2}$$

Integramos ambos miembros de la ecuación y tenemos:

$$\int dE = \int \frac{k\lambda dx}{(1 + b - x)^2}$$

En el primer miembro la derivada con la antiderivada se cancelan y tenemos:

$$E = \int \frac{k\lambda dx}{(1 + b - x)^2}$$

En el segundo miembro tenemos que definir los límites de integración. Como el sistema de referencia está colocado en el extremo izquierdo de la línea de carga eléctrica y esta va desde 0 hasta l , tomamos éstos como los límites de integración para el presente problema.

$$E = k \int_0^l \frac{\lambda dx}{(1 + b - x)^2}$$

Integramos y reemplazamos los límites de integración y tenemos:

$$E = \frac{k\lambda l}{b(1 + b)}$$

Evaluación de la solución

La carga eléctrica total, es λl y si la representamos por una carga eléctrica puntual, y tomamos l igual a cero, tenemos una carga eléctrica que produce un campo

$$E = \frac{kq}{b^2}$$

Anexo 2

Conceptos en acción y Teoremas en acción incorrectos

Conceptos en acción	Teoremas en acción
Sistema de referencia	<i>El sistema de referencia se localiza en cualquier punto. El sistema de referencia no requiere selección y/o representación.</i>
Diferencial de carga eléctrica	<i>El diferencial de longitud produce un diferencial de campo eléctrico. El diferencial de longitud requiere selección. El diferencial de longitud tiene un espesor finito.</i>
Distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica	<i>La distancia del sistema de referencia hasta el diferencial de carga eléctrica no requiere determinación.</i>
Diferencial de campo eléctrico	<i>El diferencial de campo eléctrico produce un campo total. El diferencial de campo eléctrico no requiere representación. El segundo miembro de la expresión del campo eléctrico es una cantidad escalar.</i>
Distancia del diferencial de carga eléctrica hasta el punto P.	<i>La distancia del diferencial de campo hasta el punto P es....</i>
Densidad lineal de carga eléctrica	<i>La densidad de carga eléctrica se define como el producto de la carga por la unidad de longitud.</i>
Límites de integración	<i>Los límites de integración comprenden todo el sistema de cargas.</i>